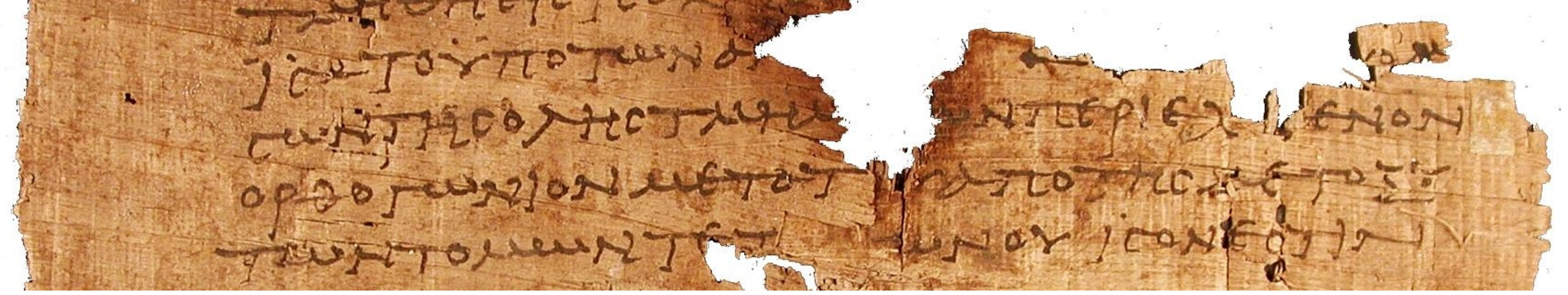

Multiple et diviseur

17 Recopier et compléter les phrases suivantes en remplaçant les pointillés par « diviseur » ou « multiple ».
1. 350 est un .... de 50.
2. 13 est un .... de 260.
3. 0 est un .... de 89.
4. 1 est un .... de 16.
5. 42 est un .... de 42.

22 On donne $a = 10k$ et $b = 6k$, avec k entier.
1. Montrer que a est un multiple de 2.
2. Montrer que b est un multiple de 3.
3. Est-ce que 8 est un diviseur de $a + b$?

27 **1.** Montrer que si 7 est un diviseur de a, alors 7 est un diviseur de a^2.
2. Donner deux autres diviseurs de a^2.

28 Soit les nombres $a = 4p$ et $b = 5q$, avec p et q entiers.
1. Justifier que a est pair.
2. b peut-il être pair ?
3. Soit $c = ab$. Montrer que c est un multiple de 10.

Nombre premier

30 Déterminer si les nombres suivants sont des nombres premiers : 18, 37, 41, 89, 101.

32 Soit p un nombre premier. Le nombre p^2 est-il premier ?

33 Soit p un nombre premier.
1. Quels sont les diviseurs positifs de p ?
2. Quels sont les diviseurs positifs de p^2 ?

Critère de divisibilité

48 Déterminer un nombre entier inférieur à 1 000, qui est pair, divisible par 5 et 7 et multiple de 13.

56 Les âges de quatre cousins Emma, Baptiste, Lily et Nathan sont 3, 8, 12 et 14 ans. La somme des âges de Lily et Emma est divisible par 5, celle des âges de Nathan et Lily est aussi divisible par 5.
Quel est l'âge de Baptiste ?

62 Alexis affirme : « Les diviseurs positifs d'un entier naturel n marchent toujours par deux : si a est un diviseur de n, il existe un diviseur b de n tel que $ab = n$. Un entier a donc toujours un nombre pair de diviseurs positifs ».
Que peut-on penser de ce raisonnement ?

63 On note $\overline{aa}$ un nombre formé de deux chiffres a, comme par exemple 33. Deux entiers naturels sont diviseurs de tous les entiers de la forme $\overline{aa}$. Lesquels ?

64 **1.** Vérifier que 2 222 est divisible par 101.
2. Montrer que les nombres de la forme $\overline{aaaa}$, où a est un chiffre, sont divisibles par 101 (par exemple : 2 222).

65 **1.** Vérifier que 888 111 est divisible par 37.
2. Montrer que les nombres de la forme $\overline{aaabbb}$, avec a et b entiers naturels, sont divisibles par 37.

74 Montrer que la somme d'un nombre pair et d'un nombre impair est un nombre impair.

79 Montrer que si n est impair, alors $n^2 - 1$ est un multiple de 4.

90 Dans cet exercice, on découvre un procédé pour obtenir tous les nombres premiers compris entre 1 et 100, en éliminant systématiquement tous les multiples des nombres premiers.
1. Construire un tableau de 100 cases, contenant les entiers de 1 à 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. On barre 1, puis tous les multiples de 2, sauf 2.
3. On barre tous les multiples de 3 non encore barrés, sauf 3. Puis on barre tous les multiples de 5, sauf 5, et ainsi de suite...
4. À partir de quel nombre est-on sûr qu'il n'y a plus que des nombres premiers non barrés dans le tableau ?
Les entiers non barrés sont les entiers cherchés.

94 CHERCHER RAISONNER
Un nombre palindrome est un entier naturel que l'on peut lire indifféremment de gauche à droite ou de droite à gauche, comme 212.
1. Existe-t-il des nombres palindromes premiers à deux chiffres ?
2. a. Existe-t-il des nombres palindromes premiers à trois chiffres commençant par 2 ?
b. Déterminer tous les nombres palindromes premiers à trois chiffres commençant par 1, 2, 3, 4 ou 5.